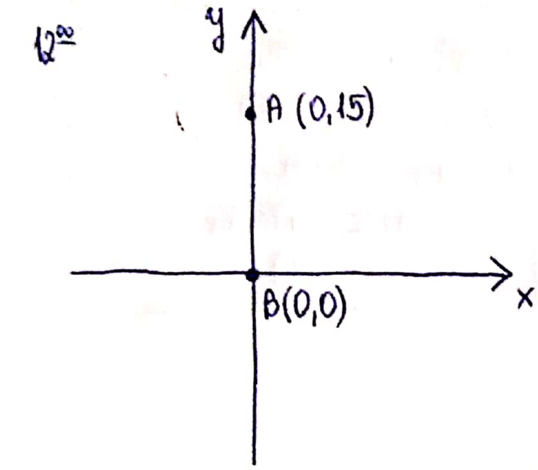
a) opis zjawiska

Zadanie 1.



Wzajemne położenie statków: Alina i Balladyna możemy utożsamić z położeniem punktów A, B.

O godzinie 13^{00} statek Alina przemieści się 15 km na południe, wobec tego $A=(0,0)$. Natomiast Balladyna przemieściła się 11 km na wschód, czyli $B=(11,0)$. Odległość punktów A i B to 11, wobec tego o 13^{00} statki Alina i Balladyna były oddalone o 11 km.

O godzinie 14:

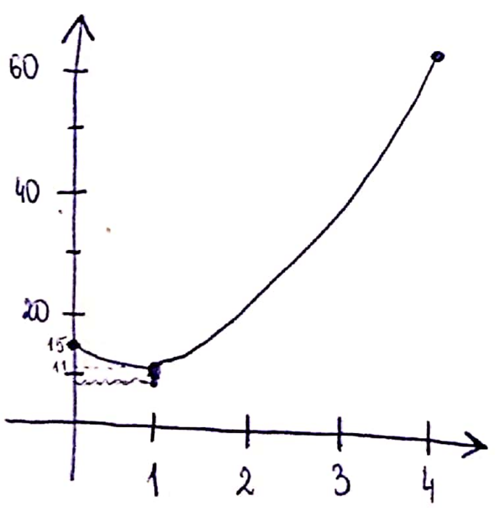
$A=(0,-15)$, $B=(22,0)$

$|AB| = \sqrt{22^2+15^2} = \sqrt{709} \approx 26{,}63$

Statki były oddalone o około 26,63 km.

W zależności od czasu $t \in [0,4]$ mierzonego w godzinach zmienia się położenie punktów A i B. $A=(0, 15-15t)$, $B=(11t, 0)$. Odległość tych dwóch punktów to funkcja

$$D(t) = \sqrt{(11t)^2 + (15-15t)^2} = \sqrt{121t^2 + 225 - 450t + 225t^2} =$$
$$= \sqrt{346t^2 - 450t + 225}$$



Kapitan Aliny nie zauważy Balladyny, ponieważ najbliżej statki będą w odległości 11 km (lokalne minimum funkcji D(t) to 11), czyli mgła będzie im ograniczała widoczność.

Skanowano w CamScanner

b) opis kształtu

Zadanie 2.

b)

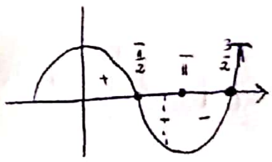
	KARTEZJAŃSKIE	PARAMETRYCZNE	BIEGUNOWE
OKRĄG	$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ gdzie (x_0,y_0) to środek okręgu o promieniu $r>0$	$x=x_0+r\cos\alpha$ $y=y_0+r\sin\alpha$ gdzie $\alpha\in[0,2\pi)$, (x_0,y_0)-środek, $r>0$ promień	$r(\varphi)=r\equiv const.$ $\varphi\in[0,2\pi)$, $r>0$ (środek okręgu w biegunie układu współrzędnych)
KOŁO	$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\leq r^2$ $r>0$, (x_0,y_0) środek koła		
ELIPSA	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $a,b>0$	$x=a\cos t$ $y=b\sin t$ $0\leq t<2\pi$, $a,b>0$	

c) rachunek wektorów

Zad. 4.

Z definicji iloczynu skalarnego $\vec{v}\circ\vec{w}=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cdot\cos\alpha$ czyli

$$\cos\alpha=\frac{\vec{v}\circ\vec{w}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|}$$. Dla $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ i $\vec{w}=\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$ mamy



$$\cos\alpha=\frac{6-16}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{36+64}}=\frac{-10}{\sqrt{5}\cdot10}=\frac{-1}{\sqrt{5}}\approx-0,44 \qquad \alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right)$$

Korzystając z tożsamości $\cos(\pi-\beta)=-\cos(\beta)$ mamy:

$\parallel$

$\cos(\pi+\beta)$

$$-\cos\alpha=0,44=\cos(\pi-\alpha)$$ czyli korzystając z tablic

$$\pi-\alpha=63^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\alpha=117^\circ}}$$

Dla $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{w}=\begin{pmatrix}1\\6\\-8\end{pmatrix}$ mamy

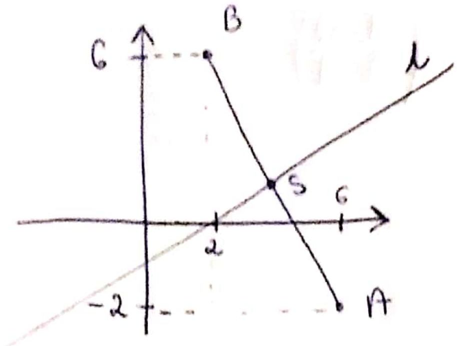
$$\cos\alpha=\frac{1+6-16}{\sqrt{1+1+4}\cdot\sqrt{1+36+64}}=\frac{-9}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{101}}=\frac{-9}{\sqrt{606}}\approx-0,37,$$

czyli $-\cos\alpha=\cos(\pi-\alpha)=0,37 \overset{\text{tablice}}{\Longrightarrow} \pi-\alpha=68^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\alpha=112^\circ}}$

Skanowano w CamScanner

d) opis przekształcenia

$\boxed{\text{Zad. 1}}$



B jest obrazem A w symetrii osiowej względem prostej l. Symetria osiowa jako izometria płaszczyzny zachowuje odległości odcinków, $BS = SA$, bo obrazem S przez symetrię jest S. Wobec tego S to środek odcinka AB.

$$S = \left(\frac{6+2}{2} ; \frac{-2+6}{2}\right) = (4,2)$$

Prosta l: $y = ax + b$ będzie prostopadła do prostej AB o współczynniku kierunkowym $\frac{6-(-2)}{2-6} = \frac{8}{-4} = -2$. Wobec tego $a \cdot (-2) = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$, czyli

$y = \frac{1}{2}x + b$ ~~oraz~~ $S \in l \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot 4 + b \Rightarrow b = 0$, a zatem $y = \frac{1}{2}x$

Skanowano w CamScanner

Zad. 1. c) opis powierzchni

b) $f(x,y) = \sqrt{x+y}$

dla $(1,0)$ $z = \sqrt{1} = 1$

dla $(2,5)$ $z = \sqrt{7}$

dla $(-2,2)$ $z = 0$

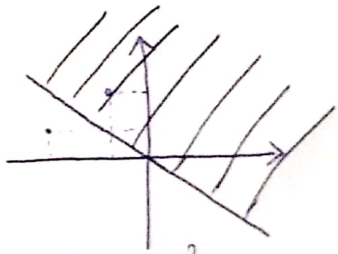
dla $(-4,1)$ ~~nie ma~~ pierwiastek z liczby ujemnej, czyli pkt. spoza dziedziny

Dziedzina:

$x + y \geq 0$

$y \geq -x$

$\{(x,y): \cancel{x \in \mathbb{R}}\ x, y \in \mathbb{R} \text{ i } y \geq -x\}$



Skanowano w CamScanner